

Une entreprise est spécialisée dans la production et la vente de peinture éco-responsable.

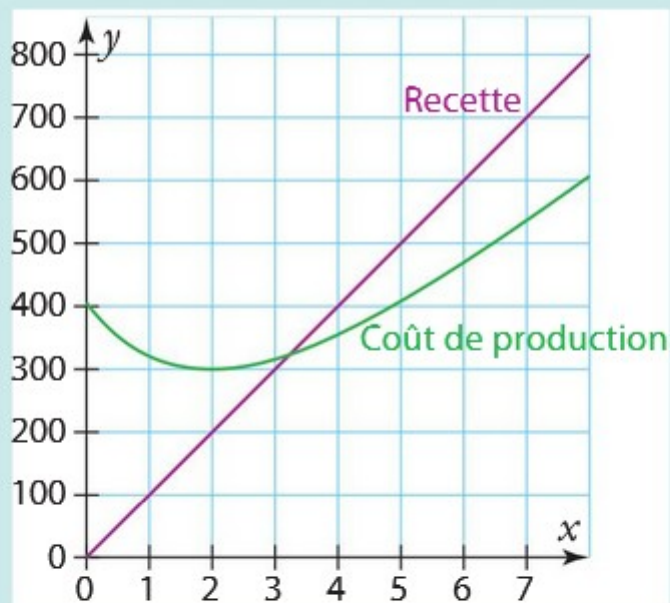
La production quotidienne varie entre 0 et 800 litres.

Toute la production est vendue. Les montants de la recette et du coût sont exprimés en dizaine d'euros.

1. Le graphe ci-dessous modélise les recettes et les coûts de production de l'entreprise.

a) Que représentent les abscisses sur le graphe ?

b) Que représentent les ordonnées sur le graphe ?



2. À l'aide du graphe, déterminer à partir de combien de litres de peinture vendus l'entreprise réalise un bénéfice.

3. Le bénéfice en dizaine d'euros correspondant à la vente de x centaines de litres de peinture est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ par :

$$f(x) = 25x - 150e^{-0,5x+1}$$

a) Donner les valeurs exactes de $f(0)$ et de $f(8)$, puis en donner les valeurs arrondies au centième.

b) Montrer que la dérivée f' de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ est :

$$f'(x) = 25 + 75e^{-0,5x+1}.$$

c) Déterminer le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f sur $[0 ; 8]$.

d) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0 ; 8]$ puis en donner la valeur arrondie au centième.

e) À l'aide d'une calculatrice, donner une valeur de α à 10^{-3} près. On expliquera la méthode utilisée.

f) En déduire la quantité de peinture produite et vendue à partir de laquelle l'entreprise réalisera un bénéfice. Donner le résultat au litre près.